



Fecha: Diciembre de 2021

PROGRAMA ACADÉMICO: INGENIERÍAS

SEMESTRE: IV

ASIGNATURA: CÁLCULO IV

CÓDIGO: 8105944

NÚMERO DE CRÉDITOS: 3

PRESENTACIÓN

El Cálculo IV (Ecuaciones Diferenciales Ordinarias), figura en el Cuarto semestre de las carreras de Ingeniería de la UPTC. Pretende examinar y fortificar el desarrollo de pensamiento Variacional en los conceptos de Variación de una variable con igualdades y sus aplicaciones principales a Ingeniería.

JUSTIFICACIÓN

Dados el campo de trabajo, los procesos de investigación en Ingeniería, estudios a nivel de postgrado, y los procesos y contenidos que se dan en la carrera (posteriormente a las Ecuaciones Diferenciales Parciales, por ejemplo), el estudiante de Ingeniería debe contar con una sólida formación en las igualdades donde se involucren cantidades de variación instantánea, sus métodos de solución y algunas formas o modelos de aplicación en su campo.

Comprender la dimensión pública y la responsabilidad social que subyace en la formación y el ejercicio profesional, con el fin de propiciar (animar) el desarrollo autónomo de una identidad upetecista comprometida con la apropiación ética y racional del conocimiento, en función de la construcción de nación y la transformación social.

Fomentar en el futuro egresado upetecista una conciencia cívica, política y ambiental basada en el conocimiento, la reflexión y el respeto de los derechos y deberes ciudadanos, de los mecanismos de participación consagrados en la Constitución Política de Colombia, en el respeto humano, el cuidado del medio ambiente y el mejoramiento de la calidad de vida.

COMPETENCIAS [1]

- Desarrolla habilidades y destrezas que le permitan, interpretar modelos físicos en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- Plantea la función de las ecuaciones diferenciales ordinarias en cada una de las áreas del conocimiento.
- Describe en una ecuación diferencial: tipo, orden, grado, linealidad, clases de solución.
- Determina y analiza, soluciones de una ecuación y de sistemas de ecuaciones diferenciales



- ordinarias en diferentes modelos matemático, con aplicación a la Ingeniería.
- Elabora gráficas de familias de soluciones mono-paramétricas con la ayuda de un software matemático libre de fácil adquisición.
 - Determina la importancia del uso de un modelo matemático variacional aplicado a Ingeniería.
 - Aplica el método adecuado para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de cualquier orden.
 - Reconoce (como aplicaciones a la Ingeniería) que muchos modelos matemáticos son ecuaciones diferenciales de primer orden, para luego resolverlas, buscando el camino más corto y comparando sus ventajas y dificultades.
 - Diferencia y aplica los procedimientos matemáticos brindados por las ecuaciones diferenciales ordinarias de cualquier orden, a problemas que se presentan en Ingeniería con valores iniciales y/o valores en la frontera.
 - Describe y resuelve sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Reconozco una ecuación diferencial ordinaria, con sus diferentes características y propiedades. [j2]
- Aplico el método de análisis adecuado para la solución de problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y su aplicación en la ingeniería.
- Interpreto las soluciones de una ecuación diferencial o sistema de ecuaciones en diferentes modelos matemático, teniendo en cuenta las condiciones iniciales y/o condiciones de frontera.
- Utilizo software matemático para fortalecer mi capacidad de toma de decisiones en la solución de ecuaciones diferenciales típicas de la ingeniería.
- Planteo y soluciono ecuación diferencial de orden superior, relacionadas con problemas cotidianos a la ingeniería. [j3]

METODOLOGÍA

El curso se desarrollará con base en la metodología de Resolución de Problemas, trabajos de prelecturas, trabajo individual, en grupos pequeños para luego hacer una socialización con todo el grupo, teniendo en cuenta los puntos de vista gráfico, analítico y descriptivo. El numérico se tratará en Métodos Numéricos Puede contemplar: desarrollo de talleres supervisados por el profesor, desarrollo de guías, exposiciones activas del profesora y del estudiante, discusión de ejercicios en grupos de trabajo, desarrollo de proyectos, trabajos de consulta vía Internet o en la biblioteca, y trabajo en una sala de cómputo.

También se propone las siguientes formas de trabajar:

- Las clases presenciales no tienen un carácter rígido: son clases magistrales donde se exponen los contenidos teóricos fundamentales utilizando estrategias para lograr que los alumnos trabajen activamente en estos contenidos. O son sesiones de trabajo (estudio) guiado o dirigido, donde se intenta estudiar con ellos, ayudándole a aprender a traducir el lenguaje matemático al lenguaje corriente, viendo que las Matemáticas dicen ideas y cosas. Con esto se ayuda a desarrollar la capacidad de aprender a construir conocimientos.
- Clases prácticas dedicadas a la resolución de problemas, dando importancia a la búsqueda de estrategias adecuadas para encontrar las soluciones, así mismo al análisis con sentido crítico .
- Clases de resumen dadas al final de cada unidad temática para que , por ejemplo, el estudiante haga un resumen de la materia trabajada, donde manifiesten dificultades conceptuales y técnicas que han encontrado y opinen sobre cómo se han construido los contenidos. Este resumen no es firmado por el alumno, lo cual nos dice realmente cómo ha sido el curso.
- Trabajo guiado de carácter teórico-práctico en grupos, es un complemento a la materia explicada, para que el estudiante aplique todas las herramientas de las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (no muy profundamente) a temas de Ingeniería, a la vez que aprende a trabajar en grupo. Se les debe brindar la oportunidad de acceder a las técnicas de resolución de problemas en forma escrita con comentarios en clase.



INVESTIGACIÓN

Pre-lecturas y su análisis; desarrollo sistemático de situaciones problema; trabajos donde se involucren conjeturas y cambios de hipótesis; situaciones donde se hagan cambios en un problema aplicado, junto con sus consecuencias y ajustes. Análisis y solución de un problema, con exposición oral y escrita. Desarrollo de actitudes y aptitudes frente a preguntas ordenadas y sistematizadas respecto a una lectura, a una pre-lectura o a una tarea o a un trabajo aplicado.

MEDIOS AUDIOVISUALES

Retroproyector, computadoras de las salas de informática con softwares matemáticos, proyector de diapositivas. Instrumentos de laboratorio, vídeo beam, Y calculadoras. Red de Internet (sala de informática). Suite Google, Google Meet, Zoom, Youtube, Whatsapp, Facebook.

EVALUACIÓN

EVALUACIÓN COLECTIVA

INTRODUCCIÓN A LA EVALUACIÓN

NORMAS QUE RIGEN LA EVALUACIÓN en la carrera y en la universidad:

El acuerdo 130 de 1998 (reglamento estudiantil para la UPTC capítulo tercero: de la Evaluación). El PAE en lo concerniente a EVALUACIÓN Y LAS COMPETENCIAS que se espera desarrollar en los estudiantes hasta el día de su graduación, seleccionando las concernientes o convenientes al desarrollo de la asignatura. El PAEFE (Proyecto Académico educativo de la facultad emanado del consejo de facultad) en lo relativo a la evaluación.

LAS CARACTERÍSTICAS DEL PROCESO EVALUATIVO que con mayor relevancia se van a tener en cuenta en el programa de acuerdo con:

La finalidad o propósito: explorativa, formativa, sumativa. **La función:** diagnóstica, orientadora, predictiva, de control y de seguimiento. **Los agentes evaluadores:** autoevaluación, co-evaluación, hetero-evaluación. **El momento de evaluar:** inicial, procesual, final. **El enfoque teórico y metodológico:** cuantitativa y cualitativa, continua, flexible, abierta.

La evaluación está acorde con *LAS COMPETENCIAS PROPIAS DE LA ASIGNATURA*, así como de las que se van a desarrollar en el futuro egresado. Obedecen al Saber, saber hacer, saber ser y saber convivir en sociedad.

Ante todo, la evaluación de una competencia busca determinar el saber hacer de los estudiantes en la resolución de problemas o situaciones aplicando los conocimientos de cierta disciplina. Con respecto a las competencias matemáticas están ligadas a un componente práctico, que tiene que ver con aplicar lo que se sabe para desempeñarse correctamente en una situación; ser competente matemáticamente hablando, está relacionado con ser capaz de realizar tareas matemáticas, comprender y argumentar por qué pueden ser utilizadas algunas nociones y procesos y no otros, utilizar el saber matemático para resolver problemas en Ingeniería y enigmas de la ciencia, adaptar este saber matemático a situaciones relativamente nuevas o distintas de la carrera, establecer relaciones e implicaciones entre conceptos matemáticos, aprender nuevos conceptos o ver los conceptos matemáticos ya aprendidos desde ópticas diferentes; así la competencia matemática se vincula al desarrollo de diferentes aspectos, que son útiles a la hora de **evaluar**:

- **Comprensión conceptual** de las nociones, propiedades y relaciones de las ecuaciones



diferenciales ordinarias, conocimiento del significado, funcionamiento y razón de ser de conceptos o procesos y las relaciones entre estos.

- **Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos** se refiere al conocimiento de algoritmos, métodos, técnicas, estrategias; cómo y cuándo usarlos apropiadamente y la flexibilidad para adaptarlos a diferentes tareas propuestas para la carrera.
- **Modelación** Entendida como la forma de describir la interrelación entre el mundo real y la matemática, construyendo modelos de ecuaciones diferenciales que reflejen ciertas condiciones y puedan predecir resultados, asignación de variables e interpretación matemática de leyes o hechos de Ingeniería, etc..
- **Comunicación** Reconocer el lenguaje propio de la matemática, usar las Ecuaciones Diferenciales ordinarias en las comunicaciones con una adecuada notación, reconocer significados, expresar y evaluar ideas matemáticas, interpretar y ligar representaciones, presentar ideas y argumentos, interpretar un texto de ecuaciones diferenciales comprensivamente, y relacionarlas con la Ingeniería.
- **Razonamiento** equiparado con la acción de ordenar ideas y hacer conclusiones o inferencias, emplear prácticas para justificar estrategias, ideas y procedimientos, formulación de hipótesis, hacer conjeturas, encontrar contraejemplos, argumentar y demostrar.
- **Formulación y solución de problemas:** Capacidad de identificar variables y datos relevantes de una situación, encontrar formas de relacionarlas y solucionar los problemas o enigmas en Ingeniería.
- **Actitudes positivas en relación con las propias capacidades matemáticas** tiene que ver con la confianza en la propia capacidad matemática, confianza en sí mismo, admitir y valorar diferentes niveles de sofisticación en las capacidades matemáticas y también reconocer el saber de las ecuaciones diferenciales como útil para la carrera de Ingeniería

LOS TIPOS DE EVALUACIÓN.

- **formales:** Pruebas o exámenes, mapas conceptuales y mentefactos, la evaluación del desempeño.
- **Semi-informales:** Trabajos escritos, proyectos y ejercicios realizados por los estudiantes en clase, tareas y trabajos realizados fuera de clase, y los portafolios (se pueden emplear para conceptos, algoritmos, estrategias de solución, actitudes y valores del estudiante).

Informales: Observación de actividades realizadas por los estudiantes, exploración por medio de preguntas formuladas por el docente en clase y los diarios de clase.

Se propone una evaluación continuada por Resolución de Problemas y Proyectos y tareas, teniendo en cuenta las competencias de la asignatura y explícitamente las competencias transversales en Matemáticas.

Es un verificador del avance del cumplimiento de los objetivos y un emprendedor de las acciones que se requieran para fortalecer las debilidades presentadas. Debe valorar el desarrollo de las habilidades de pensamiento y el desarrollo de las competencias, tendientes a la formación del estudiante de Ingeniería (conocimientos, habilidades, actitudes y valores). Así, la evaluación es clave en todos estos cambios

Se hace por porcentajes u otro sistema de calificación, previamente acordado con el alumno, donde evalúe interprete, y proponga. Se evalúan pruebas colectivas, como trabajos en grupo; desarrollo de guías; mesa redonda de discusión en clase; participación de todo el grupo ante un tema de análisis, propuestas y conjeturas.

EVALUACIÓN INDIVIDUAL

Se evalúan pruebas individuales escritas, proyectos, solución de problemas, talleres, guías de trabajo, Cuadernos de actividades y de apuntes de clase, trabajo en computador, y procesos de aprendizaje hacia la comprensión (narra o comunica por escrito acerca del concepto, aborda el concepto mediante procesos inductivos o numéricos, o cuando manipula datos y controla variables generando cambios conceptuales) . Tanto las pruebas parciales como otros trabajos tienen que ser corregidos y solucionados en clase, propiciando el diálogo profesor-alumno y haciendo posible la revisión individual del examen.



CONTENIDOS TEMÁTICOS CENTRALES

- I. Introducción a las Ecuaciones diferenciales
- II. Ecuaciones Diferenciales de primer Orden
- III. Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de primer orden
- IV. Ecuaciones diferenciales de orden superior.
- V. Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de orden superior.
- VI. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden y aplicaciones

UNIDAD I: INTRODUCCION A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES.

- Definiciones y terminología
- Problemas de valor inicial
- Las ecuaciones diferenciales como modelos matemáticos
- Campos Direccionales
- Ejemplos específicos a la Ingeniería y a la Física.

UNIDAD II: ECUACIONES DIFERENCIALES DE PRIMER ORDEN.(4 semanas)

- De variables Separables.
- Ecuaciones Lineales.
- Ecuaciones Exactas
- Ecuaciones por Sustitución: Ecuaciones Homogéneas, Ecuación de Bernoulli, Ecuación por Reducción a Separación de Variables, Ecuación de Riccati, Ecuación de Clariaut, Ecuación de Lagrange.

UNIDAD III: APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DE PRIMER ORDEN. (2 semanas)

- Aplicaciones a las ecuaciones lineales.
- Aplicaciones a las ecuaciones no lineales.
- Sistemas de ecuaciones y sus aplicaciones.
- Aplicaciones a la Trayectorias Ortogonales

UNIDAD IV: ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR. (4 semanas)

- Ecuaciones lineales- problemas de valor inicial y de valor en la frontera-Ecuaciones homogéneas-Ecuaciones nohomogéneas.
- Reducción de orden.
- Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes.
- Coeficientes indeterminados, método de superposición.
- Coeficientes indeterminados, método del anulador.
- Variación de parámetros.
- Ecuación de Cauchy-Euler.
- Sistemas de ecuaciones lineales.
- Ecuaciones No Lineales

UNIDAD V: APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR. (3 semanas)

Ecuaciones lineales: problemas de valor inicial – Sistemas de resorte y masa; movimiento libre no amortiguado- Sistemas de resorte masa; movimiento amortiguado libre- Sistemas de resorte masa; movimiento forzado.

- Ecuaciones lineales; problemas de valores en la frontera. Aplicaciones a la Ingeniería.
- Aplicaciones a las ecuaciones no lineales.
- Soluciones en torno a puntos singulares.
- Ecuación de Bessel y ecuación de Legendre.

UNIDAD VII: SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES DE PRIMER ORDEN. (3 semanas)

- Teoría básica. Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes-Valores propios reales y



distintos- Valores propios repetidos- Valores propios complejos.

- Variación de parámetros.
- Matriz exponencial

LECTURAS MÍNIMAS

Breve Historia de las Ecuaciones Diferenciales; Campos Direccionales; Estabilidad e Inestabilidad de una Ecuación Diferencial; Problema con valores en la frontera; Aplicaciones a puentes colgantes, vigas esbeltas y otras aplicaciones a la Ingeniería.

BIBLIOGRAFÍA E INFOGRAFÍA

TEXTO GUIA

- ZILL, DENNIS G.. Mexico, D.F.: Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones de modelado. 2015. 10 edición. Edit. Cengage Learning.
- ERWIN KREYSZIG, Erwin. Matemáticas avanzadas para ingeniería. 2013. cuarta edición. Limusa, S.A de C.V (Grupo Noriega Editores)

TEXTOS COMPLEMENTARIOS Y DE APOYO

- TAKEUCHI, Yu y otros. Ecuaciones Diferenciales. 1998. Bogotá. U.N.
- SIMONS, F. Ecuaciones Diferenciales. 1993. México. Edit. Mcgraw-Hill.
- EDWARDS, C.H. y PENNEY, David E. Ecuaciones Diferenciales y problemas con Valor en la Frontera. 2013. Cuarta edición. Edit. Prentice-Hall.
- CODDINGTON, Earl A. 1975. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. México. Edit. Centro regional de ayuda técnica.
- NAGLE, R. Ken, SAFT, E. B, SNIDER, A, D. Ecuaciones Diferenciales y problemas con valores en la Frontera. 2005. Cuarta edición. Edit Pearson. Mx.
- LOMEN, David, LOVELOCK, D. Ecuaciones Diferenciales a través de Gráficas, Modelos y Datos. 2000. Primera edición. Edit. CECSA. México.
- BRAUN, M. Differential Equations and Their Applications. 1993. Springer-Verlag. New York.
- HABERMAN, R. Elementary Applied Ordinary Differential Ecuations(3ª. Edición). Prentice hall. 1998.
- KAPLAN, W. Ordinary Differential Equations. Reading, Masa. Addison Wesley. 1958.
- STEWART J, "Calculus Single Variable", Ninth Edition (with WebAssign Access Code), Cengage Learning, 20 Channel Center Street, Boston, MA.



Todo libro de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias y de matemáticas superiores para ingenieros que presenten temas relativos al curso, y que están en la biblioteca de la universidad. Además, libros especializados en Resistencia de Materiales, etc.

Recursos en línea

- <https://www.khanacademy.org/math/differential-equations>
- <https://biblio.uptc.edu.co/menu>
- http://ramanujan.math.trinity.edu/wtrench/texts/TRENCH_DIFF_EQNS_II.PDF
- <https://www.wolframalpha.com/>
- <https://www.desmos.com/calculator>
- <https://www.wolframalpha.com/examples/pro-features/step-by-step-solutions/step-by-step-differential-equations/>
- <https://math.libretexts.org/Bookshelves/Calculus>

NOTA: El profesor indicará otras direcciones o dará las instrucciones necesarias para la ubicación de los temas de consulta.