



Fecha: 31 de marzo de 2018

**PROGRAMA ACADÉMICO: MATEMÁTICAS**

**SEMESTRE: II**

**ASIGNATURA: GEOMETRÍA ANALÍTICA**

**CODIGO: 8108766**

**NÚMERO DE CRÉDITOS: 4**

#### PRESENTACIÓN

La Geometría Analítica es una asignatura de la carrera de Matemáticas que estudia los conceptos básicos de la Geometría Analítica con enfoque vectorial, en el siguiente orden: Espacio vectorial, Espacio afín asociado al espacio vectorial, Espacio vectorial euclideo y Espacio afín euclideo. Además, un breve estudio de las Cónicas.

#### JUSTIFICACIÓN

El curso continua con la formación integral del profesional en Matemáticas y brinda soporte al estudiante en otras asignaturas, tales como Cálculo, Álgebra Lineal, Ecuaciones diferenciales y Cálculo Vectorial. Ahorra eficazmente tiempo en un tratamiento general de la Geometría Analítica Cartesiana. El método vectorial es muy autónomo e independiente de otros métodos de trabajo en Geometría Analítica. Da lugar a trabajos más simples, intuitivos e enriquecedores del saber matemático-geométrico. No se pretende hacer ejercicios que potencien solamente la mecánica y la memorización, sino aquellos que ayudan a construir la teoría, a desarrollar el método de demostración matemática con materiales de apoyo que potencien la deducción, la inducción y la construcción del conocimiento, como también la aplicación de nuevas tecnologías al desarrollo de problemas.

#### COMPETENCIAS

El estudiante de Matemáticas:

- Desarrolla habilidades y destrezas que le permitan al estudiante, mediante el razonamiento, el análisis, la visualización, la construcción y la reflexión interpretar modelos en términos de los elementos geométricos analíticos vectoriales.
- Propone, plantea y soluciona problemas teóricos y prácticos haciendo uso de su interpretación geométrica vectorial. Así mismo, simula y estructura situaciones, empleando la intuición y datos empíricos, según las bases geométricas vectoriales adquiridas en su formación.
- Argumenta y justifica los modelos de Geometría Analítica Vectorial y su utilización en la resolución de problemas teóricos particulares y prácticos en el desarrollo de su profesión. Esto va acompañado del dominio y uso del lenguaje y simbología que requiera su representación.
- Toma decisiones frente a una situación problemática de su profesión.
- Modela diferentes situaciones de tipo geométrico analítico vectorial.
- Desarrolla visión espacial y trabajo cooperativo.
- Identifica, define y representa los conceptos geométricos analíticos vectoriales de vectores fijos y libres,



**MACROPROCESO: DOCENCIA**  
**PROCESO: GESTIÓN DE PROGRAMAS ACADÉMICOS**  
**PROCEDIMIENTO: FORMULACION O ACTUALIZACION DEL PROYECTO ACADEMICO EDUCATIVO-PAE PARA PROGRAMAS DE PREGRADO**  
**CONTENIDOS PROGRAMATICOS PROGRAMAS DE PREGRADO**

Código: D-GPA-P01-F02

Versión: 01

Página 2 de 3

operaciones vectoriales, espacio vectorial, subespacios, vectores linealmente independientes y dependientes, espacio afín asociado a un espacio vectorial, proyecciones afines, sistemas de referencia, rectas y planos en el espacio afín, paralelismo entre rectas y entre planos, espacio vectorial euclideo, vectores ortogonales, distancias, espacio afín euclideo distancia métrica, rectas y planos perpendiculares, formas cuadráticas y cónicas.

- Determina en un problema la hipótesis, la tesis para usarlas en la solución de un problema teórico o aplicado junto con relaciones existentes entre elementos geométricos como la el paralelismo, la perpendicularidad y las proyecciones según una dirección.
- Clasifica los diferentes conceptos geométricos analíticos vectoriales, de acuerdo a características propias y según los diferentes criterios.
- Aplica conceptos, relaciones y teoremas vectoriales a la solución de situaciones teóricas y prácticas de la geometría euclidiana, a la geometría analítica cartesiana y a la Física.
- Construye vectores, suma y resta vectores gráficamente.
- Calcula áreas y volúmenes, aplicando resultados vectoriales.
- Representa y estudia objetos reales desde la perspectiva geométrica vectorial.
- Construye y define los conceptos básicos de la Geometría Analítica Vectorial.
- Identifica un vector libre y sus operaciones en un espacio vectorial.
- Reconoce la estructura de Espacio Afín y aplica los vectores a problemas de geometría euclídea y de geometría analítica.
- Obtiene e interpreta resultados en los que se aplica la Geometría Vectorial.
- Clasifica los diferentes conceptos geométricos analíticos vectoriales de acuerdo a características propias y según los diferentes criterios.
- Obtiene e interpreta resultados en los que se aplica la Geometría Vectorial.
- Usa los sistemas de referencia en el plano y el espacio, extendiendo conscientemente a coordenadas cartesianas ortogonales.
- Identifica las ecuaciones de la recta y del plano Afines.
- Identifica el espacio vectorial euclídeo y su espacio Afín asociado para aplicar la distancia entre dos puntos en dos y tres dimensiones, punto medio, la perpendicularidad y el paralelismo entre rectas y planos.
- Maneja con solvencia la teoría y los problemas con cónicas y ecuaciones cuadráticas.

### METODOLOGÍA

El curso se desarrolla con un enfoque por competencias para la construcción del conocimiento y una metodología de Resolución de Problemas y Desarrollo de Proyectos, con base en: trabajos de prelectura, trabajos individuales, trabajos en grupos pequeños, y una socialización con todo el grupo. Contempla el desarrollo de talleres, de guías, exposiciones del profesor y del estudiante, discusión de problemas y ejercicios en grupos de trabajo, proyectos, trabajos de consulta vía internet o en la biblioteca, y trabajo en una sala de cómputo y lecturas complementarias.

La implantación del sistema de créditos en la asignatura de Geometría Analítica vectorial, se ha recibido utilizando clases presenciales activas, intercomunicativas y críticas, y reuniones de trabajo guiado y orientado, propuesto en consenso con los estudiantes. Luego el curso se desarrolla la metodología para realizar trabajos por competencias, enseñanza para la comprensión, y trabajos de prelecturas.

Además, se propone las siguientes formas de trabajar:

Las clases presenciales no tienen un carácter rígido, son clases magistrales donde se exponen los contenidos teóricos fundamentales utilizando estrategias para lograr que los alumnos estudien activamente. Las sesiones de trabajo guiado o dirigido, donde se intenta estudiar con ellos, ayudándoles a aprender a traducir el lenguaje geométrico al lenguaje corriente, viendo que la Geometría Analítica Vectorial dice ideas y cosas.

Clases prácticas dedicadas a la resolución de problemas, dando importancia a la búsqueda de estrategias adecuadas para encontrar las soluciones, así mismo al análisis con sentido crítico .



Clases de resumen dadas al final de cada unidad temática para que el estudiante haga un resumen de la materia, donde manifiesten dificultades conceptuales y técnicas que han encontrado. Este resumen no es firmado por el alumno, lo cual nos dice realmente cómo ha sido el curso. Se busca el autoconocimiento. Trabajo guiado de carácter teórico-práctico en grupos, es un complemento a la materia explicada, para que el estudiante aplique todas las herramientas de Geometría Analítica Vectorial y sea capaz de aplicar a otras disciplinas como a la Geometría Euclídiana y a la Geometría Analítica Cartesiana. Se les debe brindar la oportunidad de acceder a las técnicas de resolución de problemas en forma escrita con comentarios en clase.

**ESTRATEGIAS GENERALES.**

- De acompañamiento directo al estudiante, como Exposiciones magistrales con participación activa del alumno, desarrollo de talleres o ejercicios de aplicación, desarrollo de técnicas de trabajo en grupo, asesoría directa de los estudiantes, y lecturas e interpretación orientada de la bibliografía dada y trabajo en computador con softwares geométricos como Cabri Geometry II plus y GeoGebra.
- De trabajo independiente del estudiante en: solución de problemas, en forma individual o en grupo, búsqueda, organización de información, análisis de temas específicos y consulta utilizando el internet y libros o revistas mencionados en la bibliografía.

**ESTRATEGIAS ESPECÍFICAS.**

- Lecturas y análisis previo (del texto guía o de otros textos) de la teoría sobre definiciones, conceptos, teoremas, postulados y problemas resueltos, para luego presentar las inquietudes en clase para ser discutidas y llegar a un consenso común.
- Elaboración de una ficha de lectura, con posterioridad a la socialización, siempre haciendo énfasis en la lectura crítica.
- Estudio y análisis en clase de los postulados y teoremas. El profesor puede explicarlos con ayuda de gráficos o de un software geométrico. Esto funciona mejor con pre-lecturas e inquietudes generadas como producto del trabajo previo por parte del alumno.
- Solución de ejercicios claves por el profesor de cada tema, lo cual servirá como orientación en la solución de talleres. El estudiante se potencializa para enfrentarse a cualquier problema del tema en cuestión.
- Solución de problemas en grupo por los estudiantes (con guía del profesor) en forma de taller, donde se persigue el desarrollo de habilidades geométricas vectoriales con su trabajo directo.
- Desarrollo de talleres fuera de clase por cada tema visto (como mínimo). Ante las necesidades y posibilidades, las inquietudes serán atendidas en o fuera de clase.

La asesoría, fuera de clase, se hará cada semana y de manera personalizada (preferentemente), y en lo posible con la presencia de todo el grupo.

**INVESTIGACIÓN**

Trabajos y demostraciones con los métodos Directo e Indirecto, con énfasis en los datos que da un problema (o teorema) o Hipótesis, Pasos Justificados y en la Conclusión o Tesis. Demostraciones por el contrario-ejemplo. Análisis y sustentación de Lecturas.

**MEDIOS AUDIOVISUALES**

Uso del tablero acrílico, el retroproyector, talleres escritos, uso de softwares como el Cabri-Géomètre II y el video beam. Una sala de informática para el uso de los programas matemáticos como el Derive 6, Cabri-Géomètre II Plus y el GeoGebra 3.



### EVALUACIÓN

#### EVALUACIÓN COLECTIVA

*NORMAS QUE RIGEN LA EVALUACIÓN* en la carrera y en la universidad:

El acuerdo 130 de 1998 (reglamento estudiantil para la UPTC capítulo tercero: de la Evaluación). El PAE en lo concerniente a **EVALUACIÓN Y LAS COMPETENCIAS** que se espera desarrollar en los estudiantes hasta el día de su graduación, seleccionando las concernientes o convenientes al desarrollo de la asignatura. El PAEFE (Proyecto Académico educativo de la facultad emanado del consejo de facultad) en lo relativo a la evaluación.

**La finalidad o propósito:** explorativa, formativa, sumativa . **La función:** diagnóstica, orientadora, predictiva, de control y de seguimiento. **Los agentes evaluadores:** autoevaluación, co-evaluación, hetero-evaluación. **El momento de evaluar:** inicial, procesual, final. **El enfoque teórico y metodológico:** cuantitativa y cualitativa, continua, flexible, abierta.

La evaluación está acorde con *LAS COMPETENCIAS PROPIAS DE LA ASIGNATURA*, así como de las que se van a desarrollar en el futuro egresado, obedecen al saber, saber hacer, saber ser y saber convivir en sociedad. La evaluación de una competencia busca determinar el saber hacer de los estudiantes en la resolución de problemas o situaciones aplicando los conocimientos de la Matemática.

Con respecto a las competencias geométricas, están ligadas a un componente práctico, que tiene que ver con aplicar lo que se sabe para desempeñarse correctamente en una situación; ser competente geoméricamente hablando, está relacionado con ser capaz de realizar tareas geométricas, comprender y argumentar porqué pueden ser utilizadas algunas nociones y procesos y no otros, utilizar el saber geométrico para resolver problemas cotidianos y enigmas de la ciencia, adaptar este saber geométrico a situaciones relativamente nuevas, establecer relaciones e implicaciones entre conceptos geométricos, aprender nuevos conceptos o ver estos conceptos ya aprendidos desde ópticas diferentes; así la competencia geométrica se vincula al desarrollo de diferentes aspectos, que son útiles a la hora de **evaluar**:

- **Comprensión conceptual** de las nociones, propiedades y relaciones geométricas, conocimiento del significado, funcionamiento y razón de ser de conceptos o procesos y las relaciones entre estos.
- **Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos** se refiere al conocimiento de algoritmos, métodos, técnicas, estrategias; cómo y cuándo usarlos apropiadamente y la flexibilidad para adaptarlos a diferentes tareas propuestas en Geometría.
- **Modelación** Entendida como la forma de describir la interrelación entre el mundo real y la Geometría, construyendo modelos que reflejen ciertas condiciones y puedan predecir resultados, asignación de variables e interpretación geométrica de leyes o hechos.
- **Comunicación** Reconocer el lenguaje propio de la Geometría, usar nociones geométricas en las comunicaciones con una adecuada notación, reconocer significados, expresar y evaluar ideas geométricas, interpretar y ligar representaciones, presentar ideas y argumentos, interpretar un texto geométrico comprensivamente.
- **Razonamiento** equiparado con la acción de ordenar ideas y hacer conclusiones o inferencias, emplear prácticas para justificar estrategias, ideas y procedimientos, formulación de hipótesis, hacer conjeturas, encontrar contraejemplos, argumentar y demostrar.
- **Formulación y solución de problemas:** Capacidad de identificar variables y datos relevantes de una situación, encontrar formas de relacionarlas y solucionar los problemas o enigmas donde se presenten.
- **Actitudes positivas con relación con las propias capacidades matemáticas** tiene que ver con la confianza en la propia capacidad geométrica, confianza en sí mismo, admitir y valorar diferentes niveles de sofisticación en las capacidades geométricas y también reconocer el saber geométrico como útil.

#### *LOS TIPOS DE EVALUACIÓN.*

**Formales:** Pruebas o exámenes, mapas conceptuales y mentefactos, la evaluación del desempeño.



**Semi- informales:** Trabajos escritos, proyectos y ejercicios realizados por los estudiantes en clase, tareas y trabajos realizados fuera de clase, y los portafolios (se pueden emplear para conceptos, algoritmos, estrategias de solución, actitudes y valores del estudiante).

**Informales:** Observación de actividades realizadas por los estudiantes, exploración por medio de preguntas formuladas por el docente en clase.

Se propone una evaluación continua por Resolución de Problemas y Proyectos y tareas, teniendo en cuenta las competencias de la asignatura y explícitamente las competencias transversales en Geometría.

Es un verificador del avance del cumplimiento de los objetivos y un emprendedor de las acciones que se requieran para fortalecer las debilidades presentadas. Debe valorar el desarrollo de las habilidades de pensamiento y el desarrollo de las competencias, tendientes a la formación del estudiante de Matemáticas (conocimientos, habilidades, actitudes y valores). Así, la evaluación es clave en todos estos cambios.

Se hace por porcentajes u otro sistema de calificación, previamente acordado con el alumno, donde evalúe interprete, y proponga. Se evalúan pruebas individuales escritas, proyectos, solución de problemas, talleres, guías de trabajo, Cuadernos de actividades y de apuntes de clase, trabajo en computador, y procesos de aprendizaje hacia la comprensión (narra o comunica por escrito acerca del concepto, aborda el concepto mediante procesos inductivos o numéricos, o cuando manipula datos y controla variables generando cambios conceptuales). Tanto las pruebas parciales como otros trabajos tienen que ser corregidos y solucionados en clase, propiciando el diálogo profesor-alumno y haciendo lo posible con revisión individual del examen. Por ejemplo, para cada uno de los dos períodos ( 50% y 50%), se puede distribuir de acuerdo al reglamento de la universidad y en consenso con el estudiante:

Pruebas de conocimiento teórico: 20%

Autoevaluación, coevaluación, heteroevaluación y otros: 10%

Proyectos y búsqueda: 10%

Talleres, tareas y otros: 10%

Para la **Evaluación Colectiva**, se proponen: trabajo en grupo, desarrollo de guías de trabajo, de talleres en grupo, exposiciones en grupos y la participación activa de todo el grupo

#### **EVALUACIÓN INDIVIDUAL**

Se evalúan pruebas individuales escritas, proyectos, solución de problemas, talleres, guías de trabajo, cuadernos de actividades y de apuntes de clase, trabajo en computador y procesos de aprendizaje hacia la comprensión (narra o comunica por escrito acerca del concepto, aborda el concepto mediante procesos inductivos o numéricos, o cuando manipula datos y controla variables generando cambios conceptuales) . Tanto las pruebas parciales como otros trabajos tienen que ser corregidos y solucionados en clase, propiciando el diálogo profesor-alumno y haciendo lo posible con revisión individual del examen. Por ejemplo, para cada uno de los dos períodos ( 50% +50%), se puede distribuir de acuerdo al reglamento de la universidad y en consenso con el estudiante:

Pruebas de conocimiento teórico: 20%,

Autoevaluación, coevaluación, heteroevaluación y otros: 10%

Proyectos y búsqueda: 10%

Talleres y tareas: 10%.



**CONTENIDOS TEMÁTICOS MÍNIMOS**

**PRIMERA UNIDAD. ESPACIOS VECTORIALES (4 semanas)**

Cada unidad estará complementada con nota históricas.

Definición de vector- Vector libre-Vector Fijo- representación gráfica-vectores iguales-operaciones con vectores libres-Propiedades-Ejercicios con vectores y aplicaciones a la Geometría Euclidiana y a la Geometría Analítica y a la Física.

Definición de Espacio Vectorial de vectores libres, determinando las estructuras de Grupo, Grupo Abeliano y Espacio Vectorial-Ejemplos en  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}$ – Subespacio Vectorial y ejemplos-Combinación Lineal de vectores y ejemplos.

Vector Fijo (ampliación)-Equipolencia de vectores.

Definición de vector Libre como conjunto de vectores fijos equipolentes- La equipolencia como relación de equivalencia-Conjunto generador y conjunto generado- Vectores Linealmente independientes y Linealmente Dependientes-Bases de un espacio Vectorial-Dimensión de un Espacio Vectorial.

**SEGUNDA UNIDAD. ESPACIO AFÍN ASOCIADO A UN ESPACIO VECTORIAL (4 semanas)**

Definición de Espacio Afín (Easociado a un espacio Vectorial  $V$ ), como una aplicación u operación externa  $P$  tal que:

$$P : E \times E \rightarrow V$$

$$(A,B) \rightarrow P(A,B) = AB = B - A = V$$

Propiedades del espacio Afín-características(paralelismo, conservación de las razones)-Ejemplos: De con  $\mathbb{R}^n$  - Ejemplos con *Proyecciones Afines* - sistema de referencia (referenciales de distintas bases, en especial con la base Ortonormal Canónica, pero sin mencionar el producto escalar)-Ejemplos de Subespacios Afines- sistemas de referencia y Coordenadas Cartesianas y Base de un sistema de Referencia Afín- Ejercicios con coordenadas de un vector libre- Cambios de sistemas de referencia- Razón Simple- División de un vector—Bases Ortogonales-Identidad de Lagrange-Coordenadas Cartesianas Ortogonales (continuación)- Relación entre coordenadas cartesianas ortogonales y bases ortogonales-Ejercicios y aplicaciones.

**CUARTA UNIDAD. ESPACIO (AFIN) EUCLIDEO (3 semanas)**

Definición de Espacio Euclideo- distancia métrica entre dos puntos en  $\mathbb{R}^n$ – Propiedades-Vector perpendicular a un plano-Vector paralelo a una recta-Ángulos entre dos planos-, entre dos rectas y entre un plano y una recta- perpendicularidad y paralelismo entre planos, entre una recta y un plano y entre planos y rectas-Distancia entre un punto y un plano-Ecuación Normal del plano-Distancia entre un plano y una recta, entre dos planos paralelos, entre entre dos rectas que se cruzan. Ejercicios y aplicaciones.

**QUINTA UNIDAD. FORMAS CUADRÁTICAS (2 semanas)**

Definición General- Clasificación-Formas Cuadráticas binarias-Las Cónicas-Transformaciones lineales de formas cuadráticas –diagonalización-Invariantes de una forma cuadrática mediante una transformación ortogonal-Ley de Inercia-Criterios de clasificación-Ejercicios y aplicaciones.

Definición de Espacio Euclideo- distancia mé entre dos puntos en  $\mathbb{R}^n$ – Propiedades-Vector



perpendicular a un plano-Vector paralelo a una recta-Ángulos entre dos planos-, entre dos rectas y entre un plano y una recta- perpendicularidad y paralelismo entre planos, entre una recta y un plano y entre planos y rectas-Distancia entre un punto y un plano-Ecuación Normal del plano-Distancia entre un plano y una recta, entre dos planos paralelos, entre entre dos rectas que se cruzan. Ejercicios y aplicaciones.

#### LECTURAS MÍNIMAS

El método axiomático. Grupo, subgrupos, anillo, Campo. Técnicas para la solución de problemas, El Desarrollo sistemático de la Geometría Vectorial y Analítica. Cantidades Vectoriales y Escalares. Traslaciones en 2D y en 3D. Reseña sobre las Cónicas. Bibliografías: Rene Descartes, Euclides, William Hamilton, Newton, Galileo Galilei, Pierre Fermat, Leonardo Euler y otros.

#### BIBLIOGRAFÍA

- APOSTOL, Tom. A. Calculus. Volumen 1. 1989. Edit. Reverté.
- CASADO, Clement. Problemas de Cálculo Vectorial. 1982. Edit. Alambra.
- CONDAMINE, M. géométrie. TERMINALES C-E. 1971.
- CUESTA, Norberto. Geometría Vectorial. 1996. Edit Alambra.
- FRANCIS, Florey. Fundamentos de Álgebra Lineal y Aplicaciones. 1980. Edit. Prentice Hall.
- GRUMAT, P. Geometría Vectorial-Introducción al Álgebra Lineal. 1993. Universidad de Antioquia.
- JARAMILLO, Olea. Notas para el curso de Geometría Vectorial. 1999. U. de Antioquia.
- LEHMAN, Charles. Geometría Analítica. 1991. Edit. Limusa.
- MENNA, Z. Geometría Analítica del Espacio- Enfoque Vectorial. 1981. Edit Limus
- MURDOCH, D.C. Geometría Analítica con vectores y matrices. 1968. Edit Limusa. México.
- RAMIREZ de B., Margarita. Introducción al Algebra Lineal con Geometría Analítica y Vectorial. 1999. UNAL



Medellín.

SANTALÓ, Luis A. Espacios Vectoriales y Geometría Analítica .1974.OEA

SKALA, Juan José. Análisis Vectorial-vectores. Vol. 1.1998.Edit. Reverté. Barcelona.

SOLOW, Daniel. Cómo entender y hacer Demostraciones en Matemáticas. Edit LIMUSA. 1987.

TREJO, César. Matemática Moderna-tercer Curso.1979. Edit. Eudeba.

URIBE C., Julio A. Geometría Analítica y Vectorial. 2003. UNAL Medellín.

WEINREICH, Gabriel. 1998. Geometría Analítica y Vectorial. Universidad Press.

WEXLER, Charles.Geometría Analítica- Un enfoque vectorial. 1977. Edic. Montaner. Barcelona.

**DIRECCIONES INTERNET:**

C:\GEOMETRIAANALITICA PARA MATEMATICAS\CURSO DE GEOMETRIA VECTORIAL.mht 'El Paraíso de las Matemáticas'

<http://www.matematicas.net>

C:\GEOMETRIA ANALITICA PARA MATEMATICAS\Copia de Geometría analítica y vectorial lalibriadeladu – El portal de las publicaciones universitarias, científicas y culturales.htm

C:\GEOMETRIAANALITICAPARAMATEMATICAS\Geometría afín y euclídea 1.mh

<http://docencia.udea.edu.co/GeometriaVectorial/uni3/tema3.html>

<http://ciencias.udea.edu.co/programas/pregrado/CNM170> <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ciencias/2000916/index.html>

<http://www.tutorias.cl/demo/course/view.php?id=5> .