



Fecha: 15 de marzo de 2018

PROGRAMA ACADÉMICO: Matemáticas

SEMESTRE: II

ASIGNATURA: Teoría axiomática de conjuntos

CÓDIGO: 8108767

NÚMERO DE CRÉDITOS: 4

PRESENTACIÓN

La teoría de conjuntos es una de las herramientas más importantes del lenguaje matemático. En la actualidad la Teoría de Conjuntos no sólo interesa a los matemáticos sino también a aquellos cuyo trabajo se fundamenta en el pensamiento racional: filosofía, ciencias naturales, ciencias sociales, etc. El principal objetivo de este curso es presentar el desarrollo formal de la Teoría de Conjuntos a partir de los axiomas de Zermelo-Fraenkel y con base en ello continuar con el desarrollo de los sistemas numéricos.

JUSTIFICACIÓN

Se presentan los axiomas de extensionalidad, del conjunto vacío, del conjunto binario, de la unión, del conjunto de partes y el esquema de separación, para que a partir de tales de ellos se justifican las definiciones de las nociones y operaciones usuales sobre el universo de conjuntos y se estudian las propiedades de tales conceptos y operaciones. Los cuatro axiomas restantes de Zermelo-Fraenkel-Skolem, es decir, el axioma de elección, el del conjunto infinito, el de regularidad o fundamentación y el esquema axiomático de reemplazo, se presentan a medida que sean necesarios para justificar la existencia de ciertos conjuntos y para poder establecer algunas nociones y construcciones, que sin ellos serían imposibles, como el teorema de inducción o los conceptos de cardinal y ordinal.

COMPETENCIAS

- Interpreta textos de contenido matemático.
- Identifica proposiciones y verifica sus valores de verdad.
- Construye y verifica hipótesis.
- Comprende situaciones problemáticas susceptibles de modelación conjuntista.
- Reconoce y verifica propiedades de sistemas numéricos.
- Articula conceptos descriptivos y comparativos.
- Formula, modela y resuelve problemas que involucran operaciones entre conjuntos.

METODOLOGÍA

- El trabajo de acompañamiento directo comprende la exposición temática por parte del profesor, así como la sustentación de tareas asignadas tanto individual como en grupo tales como: lecturas complementarias, de profundización, desarrollo de talleres y ejercicios.
- Las actividades didácticas se enmarcan en los principios de racionalidad y conceptos heurísticos para la resolución de problemas.
- El trabajo independiente será fruto de actividades planeadas y acordadas en el trabajo presencial, en donde se desarrollan las modalidades descritas anteriormente.

INVESTIGACIÓN

No aplica



MEDIOS AUDIOVISUALES

Los disponibles en la Escuela o en la sala de audiovisuales de la Universidad.

EVALUACIÓN

EVALUACIÓN COLECTIVA

La evaluación tiene como estrategia el logro de las competencias. Por cada uno de los tipos de competencias se propondrán problemas y se indicarán las fortalezas que el alumno adquiere en cada una de ellas, a saber: en el conocer, obrar y comunicar.

Competencias formativas: se busca evaluar que el estudiante tenga conocimiento de la teoría y de la información básica, identifique y comprenda conceptos, reconozca propiedades, caracterice estructuras.

La evaluación será permanente y es posibles trabajos en grupos.

EVALUACIÓN INDIVIDUAL

Dos evaluaciones individuales por corte.

CONTENIDOS TEMÁTICOS MINIMOS

UNIDAD I: PRIMEROS AXIOMAS. Tres semanas.

1. Construcción de lenguajes de primer orden: Símbolos lógicos, símbolos específicos, fórmulas bien formadas.
2. Paradojas resultantes al usar los conceptos intuitivos de conjuntos
3. Axiomas de extensión. Axioma del conjunto vacío.
4. Esquema axiomático de separación. Aplicación: No existencia del conjunto de todos los conjuntos.
5. Axioma del conjunto binario. Axioma del conjunto potencia. Aplicaciones: Construcción de parejas ordenadas y de productos cartesianos.

UNIDAD II: LOS NÚMEROS NATURALES. Tres semanas.

1. Definición de sucesor. Conjuntos inductivos. Axioma del infinito.
2. Definición del conjunto de números naturales. Principio de inducción matemática. Propiedades.
3. El orden usual en los números naturales. Propiedades.
4. Equipotencia entre conjuntos. Conjuntos finitos e infinitos. Propiedades de los conjuntos finitos e infinitos.
5. Teorema de definición por recurrencia.
6. Operaciones entre números naturales. Propiedades de la adición y producto entre naturales.
7. Propiedades de cardinalidad en conjuntos finitos.

UNIDAD III: CONSTRUCCIÓN DE SISTEMAS NUMÉRICOS. Cuatro semanas.

1. Números enteros. Construcción como clases de equivalencia entre naturales. Operaciones. Orden.
2. Números racionales. Construcción como clases de equivalencia entre enteros. Operaciones. Orden.
3. Cortaduras de Dedekind. Propiedades de las cortaduras. Suma y producto de cortaduras. Propiedades.
4. Definición de números reales. Propiedades.

UNIDAD IV: CONJUNTOS INFINITOS. Cuatro semanas.

1. Conjuntos infinitos. Propiedades.
2. Axioma de elección. Formas del axioma de elección.
3. Lema de Zorn. Principio maximal de Hausdorff. Teorema de la buena ordenación.
4. Conjuntos contables. Propiedades. Casos especiales.



5. Conjuntos no contables. Teorema de Cantor. Casos especiales.
6. Números cardinales. Comparabilidad entre cardinales. Operaciones entre cardinales. Propiedades.

UNIDAD V: NÚMEROS ORDINALES. Dos semanas.

1. Axiomas de fundamentación y de reemplazo.
2. Órdenes semejantes. Conjuntos ordinales.
3. Operaciones entre ordinales.

LECTURAS MÍNIMAS

El texto [3] en la bibliografía, puede tomarse como textos guía, mientras que se recomiendan como complementarios los otros textos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Halmos, Paul. *Teoría intuitiva de los conjuntos*, Compañía Editorial Continental, México-España, 1967.
- [2] Jech, Thomas. *Set Theory*. 3rd Millennium ed, rev. and expanded. Springer, Berlin, 2002.
- [3] Muñoz, José María. *Introducción a la teoría de conjuntos*. Cuarta edición, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2002.
- [4] Pinter, Charles, *A book of Set theory*, Dover publications, Mineola, 2014.
- [5] Seymour Lipschutz. *Set theory and related topics*. 2nd ed. McGraw-Hill, New York, 1998.
- [6] Suppes. Patrick, *Teoría axiomática de los conjuntos*. Editorial Norma, Cali, 1968.