

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA
PROGRAMA DE MATEMÁTICAS
PLAN DE ESTUDIOS

FECHA: Enero de 2006

PROGRAMA ACADÉMICO Matemáticas

SEMESTRE Cuarto semestre

ASIGNATURA Cálculo Multivariado

CÓDIGO 8106427

NUMERO DE CREDITOS 4

PRESENTACIÓN El Cálculo Multivariado figura en el cuarto semestre, y responde a las necesidades del Plan de Estudios de la Carrera de Matemáticas, pues es continuación de temas del Cálculo de una variable y se constituye en una valiosa herramienta para otras asignaturas del Currículo que buscan la formación del pensamiento variacional del estudiante .

JUSTIFICACIÓN El Cálculo Multivariable permite mejorar y apoyar la percepción y la construcción de situaciones reales en R^2 , y R^3 para su generalización teórica en R^n . Así mismo resuelve problemas con más dinamismo y simplificación en los procesos aplicados al cambio y al movimiento como uso de las Matemáticas en el mundo real del ejercicio de la profesión y de su posterior preparación.

OBJETIVOS

- GENERAL Mediante la construcción y aplicación de los conocimientos básicos del Cálculo Multivariable, el estudiante podrá desarrollar el análisis, la deducción, la comparación y la conjetura, para presentar soluciones a problemas referentes a su especialidad

- ESPECÍFICOS

- 1.Reconocer, como repazo, algunos conceptos vectoriales como: producto escalar, producto vectorial, matriz, matriz identidad, determinante, independencia y dependencia lineal, transformación lineal, matriz simétrica, matriz diagonal, matriz hessiana.
- 2.Identificar una función escalar y una función vectorial.
- 3.Identificar una función de varias variables; manejar y relacionar los conceptos de límite y continuidad de una variable a funciones de varias variables en un campo escalar.
- 4.Lograr habilidad en el manejo de la derivación parcial y aplicación de la diferencial total, gradiente de un campo escalar. Aplicar la regla de la cadena en funciones homogéneas y no homogéneas en el campo escalar, conjuntos de nivel, planos y tangentes.
- 5.Efectuar el ajuste de curvas a través de los mínimos cuadrados como aplicación de los máximos y mínimos y puntos de ensilladura, fórmula de Taylor de segundo orden para campos escalares; punto estacionario y matriz hessiana; criterio derivadas segundas para extremos de funciones de dos variables; extremos condicionados y multiplicadores de Lagrange; teorema del valor extremo y de la continuidad uniforme para campos escalares continuos.
- 6.Interpretar una integral doble, para funciones escalonadas y funciones más generales para la interpretación de la integración reiterada en un campo escalar junto con sus aplicación a las áreas y volúmenes, a centros de gravedad y a los momentos.
- 7.Identificar y aplicar los jacobianos como transformaciones en la integración múltiple.
- 8.Aplicar el análisis a la solución de problemas a partir de la integración múltiple y sus modelados.
- 9.Interpretar los diferenciales de campos vectoriales, la regla de la cadena y su forma matricial y las condiciones suficientes para la igualdad de las derivadas parciales mixtas
- 10.Construir el concepto de integral de línea para emplearlo como recurso alternativo en la determinación de centros de masa, trabajo, etc., y el teorema de Green en el plano; y la integral de superficie, y sus aplicaciones paramétricas; así mismo hacia la generalización a los teoremas de Stokes y Divergencia

METODOLOGÍA El curso se desarrollará teniendo en cuenta:

- Como base La comprensión conceptual por medioda la construcción de conceptos con lecturas previas y discusión de ejemplos, ejercicios y problemas.
- Para la presentación de los temas se tiene en cuenta la forma geométrica, la numérica, la algebraica, la descriptiva y la atención en las aplicaciones.
- Tener presente que un buen plantamiento de problemas es el mejor medio para la comprensión conceptual.
- Lecturas en clase del libro texto que deben ser comentadas, analizadas y complementadas.
- Conocer y aplicar enfoques en la solución de los problemas, siempre considerando las ideas que conducen a una solución, y reconocer cuáles principios resultan pertinentes para la solución de los problemas.
- Las exposiciones del profesor y del estudiante con participación activa de todo el curso.
- Trabajos individuales y en grupo, y desarrollo de guías de trabajo y de talleres.
- Desarrollo de proyectos individuales y prácticas en una sala de computadores con softwar como el Derive, Maple, etc.

MEDIOS AUDIOVISUALES Uso del tablero acrílico, el retroproyector, talleres escritos, uso de softwares como el Derive, Maple, Matlab;videobin.

LABORATORIOS Una sala de informática para el uso de programas matemáticos como el Derive 6, Maple o Matlab.

EVALUACIÓN

- **COLECTIVA** Proyectos en grupos de trabajo. Exposiciones de temas complementarios en grupo. Los Proyectos son de aplicación, de laboratorio, para redactar un informe o para realizar un descubrimiento.

- **INDIVIDUAL** Ejercicios y solución de problemas en forma individual. Proyectos individuales de aplicación: de laboratorio, para redactar un informe o para realizar un descubrimiento; parciales individuales

**CONTENIDOS
TEMÁTICOS
MÍNIMOS**

UNIDAD1: CÁLCULO DIFERENCIAL EN CAMPOS ESCALARES

4 semanas.

- Breve repaso sobre producto punto, producto vectorial, matriz, matriz Identidad, determinante, inversa, matriz simétrica, dependencia e independencia lineal, transformación lineal, matriz diagonal, matriz hessiana.
- Funciones Reales de variable Real y de variable Vectorial-Funciones Vectoriales de variable Real y de variable Vectorial
- Límite y continuidad de funciones vectoriales y su extensión a funciones escalares. Ejercicios. Teoremas.
- Derivadas de un campo escalar respecto a un vector
- Derivadas direccionales y derivadas parciales
- Derivadas parciales de orden superior
- Derivadas direccionales y continuidad
- La diferencial. Teoremas. Y gradiente de un campo escalar. Teoremas
- Condición suficiente de diferenciabilidad. Teorema
- Regla de la cadena para derivadas de campos escalares. Teoremas
- Aplicaciones geométricas. Conjuntos de nivel. Planos tangentes

UNIDAD 2: APLICACIONES DE CÁLCULO DIFERENCIAL

3 semanas

- Derivación de funciones definidas implícitamente
- Máximos, mínimos y puntos de ensilladura
- Fórmula de Taylor de segundo orden para campos escalares
- Determinación de la naturaleza de un punto estacionario por medio de los autovalores de la matriz hessiana
- Criterio de las derivadas segundas para determinar extremos de funciones de dos variables
- Extremos condicionados. Multiplicadores de Lagrange
- Teoremas del valor extremo y de la continuidad uniforme para campos escalares

UNIDAD 3: INTEGRALES MÚLTIPLES

3 Semanas

- Integral doble de una función escalonada y de una función definida y acotada en un rectángulo

**CONTENIDOS
TEMÁTICOS
MÍNIMOS**

- Integrales dobles Superior e Inferior
- Integrales dobles por integración reiterada
- La integral doble como un volumen
- Integrabilidad de funciones continuas, y de funciones acotadas con discontinuidades
- Integrales dobles de regiones más generales
- Aplicaciones a las áreas, volúmenes, centros de gravedad, momentos, y teoremas de Pappus
- Cambio de variables en una integral doble y casos particulares de la fórmula de transformación y su demostración en caso particular y en el caso general
- Extensiones a un número mayor de dimensiones
- Cambio de variables en una integral n-múltiple.

UNIDAD 4: CÁLCULO DIFERENCIAL EN CAMPOS VECTORIALES
2 semanas

- Diferenciales de campos vectoriales
- La diferenciabilidad implica la continuidad
- La regla de la cadena para diferenciales de campos vectoriales
- Forma matricial de la regla de la cadena-Condición suficiente para la igualdad de las derivadas parciales mixtas
- Divergencia como producto punto
- Rotacional de un campo vectorial
- Rotacional de un gradiente
- divergencia de un rotacional
- Fórmulas básicas generales en cálculos con campos vectoriales

UNIDAD 5: INTEGRALES DE LÍNEA.

- 2 Semanas
- Caminos e integrales de Línea
 - Notaciones y propiedades fundamentales de las integrales de línea
 - Trabajo y longitud de arco con integrales de línea; centros de gravedad y momentos
 - Segundo teorema fundamental del Cálculo para integrales de Línea
 - Aplicaciones a la mecánica: al potencial newtoniano y al principio de conservación de la energía mecánica.
 - El primer teorema fundamental del cálculo para integrales de línea
 - Condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial sea un gradiente
 - Construcción de funciones potenciales
 - Aplicaciones a las ecuaciones diferenciales exactas de primer orden
 - Teorema de Green en el plano
 - Algunas aplicaciones del teorema de Green

- Condición necesaria y suficiente para que un campo vectorial bi-dimensional sea un gradiente
- Teorema de Green para regiones múltiplemente conexas

UNIDAD 6: INTEGRALES DE SUPERFICIE

2 Semanas

- representación paramétrica de una superficie
- Producto vectorial fundamental
- El producto vectorial fundamental considerado como una normal a la superficie
- Área de una superficie paramétrica
- Integrales de superficie
- Cambio de representación paramétrica y otras notaciones parañ integrales de superficie
- Teorema de Stokes
- La integral de superficie en el teorema de Stokes en función del rotacional de un campo vectorial
- La integral de línea en la fórmula de Stokes en la forma más sencilla
- Extensiones del teorema de Stokes
- Teorema de la divergencia 8teorema de Gauss y sus aplicaciones.

LECTURAS MÍNIMAS

Reglas de Derivación e Integración en funciones de una variable-Leyes de Kepler- Bibliografías de Alexis clairaut y Euler y otros-Ejemplos de mapas de contorno actuales de ciertas regiones de la tierra-proyectos de aplicación de diferentes temas de varios libros (por ejemplo: de un camión de basura, y de optimización de turbinas hidráulicas)-Fórmulas de Volúmenes de ciertos cuerpos geométricos-

BIBLIOGRAFÍA

Texto Guía: APOSTOL, Tom M. Cálculus. Vol 2. Edit. Reverté. Barcelona

MARSDEN, J.E. y Tromba. Cálculo Vectorial. Addison-Wesley.México.1998.

LANG, Serge. Cálculo II. Edit. Fondo educativo Interamericano. México.

STEWART,James. Cálculo Multivariable. 4a. Edición. Editorial Thomson. Bogotá. 2002.

LARSON, Hostetler. Cálculo con Geometría Analítica. 6ª.edición. México. 2000.

SPIVAK, Michel. Calculus, vol. 2. Reverte.1.977.

WILLIE. C. Matemáticas Superiores para Ingenieros. Mc Graw Hill...

Y otros libros de Cálculo Multivariable.

En google de la web se puede buscar por el título: Cálculo Multivariable. Por ejemplo:

www.satd.uma.es

www.ing-mat.udec.cl/pregrado/proyecto-doc

www.excite.es/directory/world/Español/ciencia-y-tecnología

www.asee.org/international/ingeniería/civil/software

www.itam.mx/depaca/depacamat-currimp.

RESPONSABLES

PROFESOR José Manuel Holguín Monroy
Aprobó Comité Curricular

OBSERVACIONES

Se necesita la disponibilidad de una sala de computadores para trabajar con programas como el Derive, Maple o Matlab.
Para este proyecto de programa se necesita de una intensidad semanal de 7 horas.