

ASPECTOS A CONSIDERAR EN LA RESOLUCIÓN DE UN PROBLEMA

SANDRA MILENA MURCIA PARDO

Docente Licenciatura en Matemáticas Uptc, Tunja

Sandra.murcia@uptc.edu.co

MARGOTH ADRIANA VALDIVIESO MIRANDA

Docente Escuela de Matemáticas y Estadística Uptc, Tunja

margoth.valdivieso@uptc.edu.co

RESUMEN.

En la mayoría de las ocasiones los problemas matemáticos que resuelven los estudiantes son propuestos por los docentes y se ha constituido como una actividad al finalizar el desarrollo de los conceptos. Un enfoque más moderno ha planteado la resolución de problemas como estrategia metodológica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, dando al estudiante y al docente experiencias para construir, revisar y extender lo que saben y conocen. En este sentido, es importante tener presente las diferentes heurísticas para la solución de problemas planteadas por distintos autores. Al respecto, Mason, Burton y Stacey(1989) plantea fases y sensaciones presentes en ese proceso de solución permitiendo determinar estados, dificultades y procesos importantes para el desarrollo del pensamiento matemático. También manifiesta que cada uno tiene un espectro de intereses determinado y solo buscará solucionar aquellos problemas que estén en ese espectro.

A partir de ello, se consideró importante determinar en un grupo de estudiantes de los primeros semestres de la Licenciatura en Matemáticas qué tipo de problemas prefieren para resolver, pues si bien en todo momento de su cotidianidad académica están sujetos a esta actividad, es importante identificar características propias de éstos y los intereses particulares de los estudiantes, con el fin de direccionar mejor las labores de enseñanza.

ABSTRACT.

In most cases they solve mathematical problems students are nominated by teachers and have become an activity at the end of the development of concepts. A more modern approach has raised the problem solving as a methodological strategy for teaching and learning of mathematics, giving the student and teacher experiences to build, revise and extend what they know and know. In this regard, it is important to consider the different heuristics for solving problems raised by different authors. In this regard, Mason, Burton and Stacey (1989) argues phases and feelings present in the solution process allowing to determine states, difficulties and important processes for the development of mathematical thinking. It also states that everyone has a particular interest spectrum and only seek solutions to problems that are in that spectrum.

From this, it was considered important to determine in a group of students from the first semester of the Degree Teaching of Mathematics prefer what kind of problems to solve, because although at all

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

times of their daily academic subject to this activity, it is important to identify characteristics of these and the interests of the students, in order to better direct the teaching work.

PALABRAS CLAVE: Resolución de Problemas, Heurísticas, Formación de Docentes.

1. INTRODUCCIÓN.

En los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las Matemáticas de los diferentes niveles de escolaridad, se ha considerado la resolución de problemas como una importante estrategia didáctica que aporta elementos esenciales en el desarrollo del pensamiento matemático, integra áreas interdisciplinarias de las matemáticas; y potencia los aprendizajes activos y colaborativos dentro de los énfasis curriculares modernos.

Pero, ¿cómo se puede definir la resolución de problemas? Lesh & Zawojewski (2007) establecen que la resolución de problemas es “el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones –y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas” (p. 782). Un aspecto importante en esta caracterización es que la comprensión de las ideas matemáticas permite procesos de reflexión donde el estudiante permanentemente transforma sus ideas y formas de pensar como resultado de su participación activa en comunidades de aprendizaje. Se resalta en esta perspectiva que el estudiante desarrolla recursos, estrategias, y herramientas que le permiten recuperarse de dificultades iniciales y fortalecer sus procesos de aprendizaje y la resolución de problemas.

Al respecto, Schoenfeld (1985, p. xii) establece que en la resolución de problemas:

Aprender a pensar matemáticamente –involucra más que tener una gran cantidad de conocimiento de la materia al dedillo. Incluye ser flexible y dominar los recursos dentro de la disciplina, usar el conocimiento propio eficientemente, y comprender y aceptar las reglas “tácitas de juego”.

Así el reto en la enseñanza de las matemáticas es crear condiciones que generen ambientes que reflejen los valores propios de la actividad matemática. Pero, ¿cuáles serían esas condiciones que permitan favorecer el desarrollo de valores del quehacer matemático en los estudiantes? Schoenfeld (1992) plantea que:

...Para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y disposiciones de interpretación y encontrar sentido [a las ideas matemáticas] también como los modos apropiados de pensamiento matemático- las comunidades de práctica en la cual ellos [los estudiantes] aprenden matemáticas deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, los salones de clase deben ser comunidades en los cuales el sentido matemático, del tipo que esperamos desarrollen los estudiantes, se practique (p. 345).

Por tanto, es importante que en programas de formación de docentes en el área de matemáticas se tenga en cuenta el enfoque de Resolución de Problemas que brinde a los futuros profesionales herramientas de trabajo en su labor. Es así que en el Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Uptc se establece como criterio para el área disciplinar, que el papel del docente en el planteamiento y resolución de situaciones problemáticas, permita que cada estudiante plantee su propia solución, y a partir de las múltiples conjeturas se busque la más apropiada para ser verificada y demostrada

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

(PAE, 2008). En particular, en la asignatura Electiva Interdisciplinar I se propone, no solo para estudiantes de la Licenciatura sino de la Facultad en general, contenidos relacionados con el desarrollo de pensamiento matemático a partir de la Resolución de Problemas. En ese sentido, se inicia con un estudio sobre intereses que tienen los estudiantes a la hora de resolver un problema y qué características de estos son las que más les llama la atención a la hora de abordarlos.

Heurísticas en la resolución de problemas.

En la resolución de problemas por parte de los estudiantes, es importante distinguir las diferentes estrategias heurísticas que emplean y que permiten identificar el desarrollo de competencias y actitudes propias del quehacer matemático. En ese sentido, Mason, Burton y Stacey(1989) proponen un modelo para atacar un problema y resolverlo de manera eficaz, estableciendo durante el proceso estados emocionales y cómo ir aprendiendo de la experiencia (las fases que describen en su modelo son Abordaje, Ataque y Revisión). Demuestran que lo que se busca en los estudiantes es el razonamiento matemático, que se mejora mientras más se practica y se trabaja sobre un problema, pero que es primordial que ese razonamiento matemático esté dado por el interés y la motivación del estudiante, teniendo en cuenta que se debe realizar una construcción propia de conceptos, donde es muy importante tomar como referencias o evidencias escritas los cuadernos resolutores, ya que justifican el razonamiento del que hablan los autores.

Bransford y Stein(1987) en su modelo IDEAL(Identificación, Definición y Representación, Exploración, Actuación, Logros)plantean reconocer e identificar las distintas partes a tener en cuenta durante la resolución de un problema,Polya(1965) expone cuatro fases (Comprender el problema, Hacer un plan, Ejecutar el plan, Examinar la solución) en un modelo que propone un resolutor ideal (sabe qué hace, cómo y hacia dónde conduce el proceso de resolución) y Shoenfeld(1985) basado en una revisión minuciosa del proceso de resolución por parte de personas reales distingue cuatro fases (Análisis, Exploración, Ejecución y Comprobación) de la solución obtenida y a cada fase le estableció principios heurísticos más usados en las matemáticas escolares.

Adicionalmente, el empleo de herramientas computacionales en la resolución de problemas no solamente puede facilitar la implementación de estrategias heurísticas, sino también potenciar o extender su repertorio (SantosTrigo, 2007). En este contexto, el uso de la tecnología influye directamente en la conceptualización y forma de interactuar con los problemas y su influencia en el desarrollo de una teoría que explique las competencias de los estudiantes.

Teniendo en cuenta los planteamientos de Mason et al, se inició un estudio con jóvenes de primeros semestres que cursan la asignatura Electiva Interdisciplinar I, donde se propone diversos tipos de problemas para que, en su motivación y obedeciendo a sus intereses escojan el que más les llama la atención y así se pueda determinar algunos aspectos adicionales a los que los autores proponen.

Tunja 14, 15 y 16 de Agosto de 2013

2. DESARROLLO DEL TEMA.

Se inicia hablando de lo que se puede considerar como problema matemático. Según González(2009), un **problema** de matemáticas es una situación real o ficticia que puede tener interés por sí misma, al margen del contexto, que involucra cierto grado de incertidumbre y cuya clarificación requiere la actividad mental y manifiesta de un sujeto, llamado **resolutor**, a lo largo de un proceso, llamado **resolución**, donde se involucra conocimientos matemáticos, y que finaliza cuando se encuentra la solución a los cuestionamientos planteados o cuando se reduce la incertidumbre inicial .

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

Vila (2001) menciona que la resolución de problemas es una actividad de reconocimiento y aplicación de los conocimientos y las técnicas trabajadas en clase y a la vez de acreditación de las técnicas aprendidas. Tiene un valor funcional por cuanto se aplican en diferentes contextos de la vida real del ser humano, conduciendo a una comprensión más completa, ajustada y efectiva de la realidad involucrada. Además envuelve procesos de pensamiento que ejercitan la mente en actividades propias de las matemáticas, así como el esfuerzo y la concentración, el interés o el gusto por aceptar retos, y es fundamental para seguir aprendiendo, puesto que: "...favorece que los estudiantes puedan explorar, acomodarse a nuevas condiciones y crear conocimientos nuevos a lo largo de toda su vida" (NCTM (2003)).

Para ello, es necesario elegir problemas adecuados al nivel educativo (ni por encima ni por debajo), motivantes (que inciten a experimentar y fomenten el gusto por la investigación y el descubrimiento), accesibles (grado de dificultad apreciable y suficiente pero sin hacer imposible el éxito), se promueve un aprendizaje relevante y de calidad con el que los alumnos conocen las matemáticas, aprenden a pensar matemáticamente y experimentan su potencia y utilidad.

En ese sentido, se puede hablar de una clasificación de problemas que permite distinguir cuáles de ellos son los que prefieren resolver los estudiantes:

González (2009) da la siguiente clasificación:

- *Problemas de enunciado verbal.* Donde se encuentran los *problemas aritméticos, problemas geométricos y problemas de azar y probabilidad.*
- *Problemas de razonamiento lógico.* Problemas de razonamiento inductivo, análisis de proposiciones, demostraciones y justificaciones.
- *Problemas manipulativos.* Relacionados con construcciones y problemas con material didáctico estructurado.
- *Problemas ligados a juegos y pasatiempos.* En su desarrollo aparecen problemas y ejercicios mentales que favorecen la aplicación del conocimiento matemático, la búsqueda de estrategias, estimulan la imaginación y desarrollan la inteligencia.
- *Problemas de modelización matemática.* Situaciones de aplicación de la matemática a la realidad tal y como se presentan.

En el caso de los estudiantes de Electiva Interdisciplinar I, los problemas que se les presentaron tenían enunciado y estaban relacionados con los dos primeros tipos antes presentados. La heurística empleada es la que propone Mason (1989) y Polya (1965). Aunque se conocen las demás heurísticas, las dos mencionadas son las más familiares a los estudiantes.

3. RESULTADOS.

El grupo de estudiantes de Electiva Interdisciplinar I estaba conformado por 15 estudiantes, 14 de los cuales son de la Licenciatura en Matemáticas y uno de Informática Educativa. El curso comprende el desarrollo del pensamiento matemático a través de la resolución de problemas. Inicialmente se trabajan distintos problemas de enunciado verbal y razonamiento, estableciendo durante este proceso las técnicas empleadas por los estudiantes para su resolución y lo que considera el estudiante como *solución de un problema*.

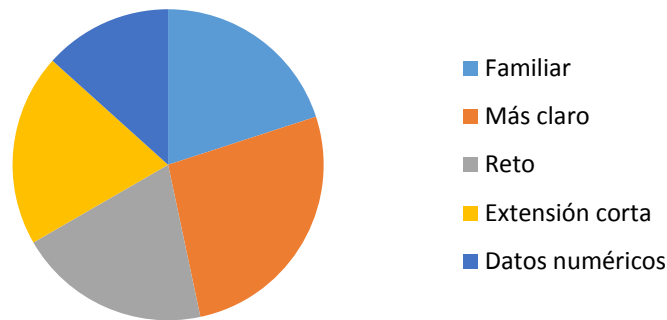
Todos los estudiantes se sienten satisfechos cuando encuentran una respuesta a las preguntas planteadas en el problema, sin tener en cuenta las posibilidades que pueden surgir desde ese mismo problema para plantear más problemas, ver en un contexto más amplio la situación

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013
planteada y relacionarlo con ambientes similares. Es decir, si vemos la propuesta de Polya, el estudiante emplea las primeras tres fases y en el caso de Mason, las dos primeras.

Posteriormente, se hace énfasis en cada una de las fases de resolución de problemas propuestas por estos dos autores, principalmente en lo referente a la revisión o visión retrospectiva de la solución. Se observa conjuntamente con los estudiantes los estados emocionales en cada etapa y cómo ir aprendiendo de la experiencia, para lo cual se registran avances y retrocesos que permiten ir aprendiendo de la experiencia. También se hace énfasis en las ideas de Mason, Burton y Stacey (1989) respecto al razonamiento matemático, que se mejora mientras más se practica y se trabaja sobre un problema, y que se dé por el interés y la motivación del estudiante.

Luego de trabajar constantemente en estos aspectos, los estudiantes tuvieron la oportunidad de escoger un problema de un listado presentado, para resolverlo. Al final se indagó sobre la actividad y se encontraron los siguientes resultados:

ELECCIÓN DEL PROBLEMA



A partir de lo anterior, se puede decir que no existe una preferencia mayoritaria por uno de los aspectos mencionados. Cada estudiante desde su individualidad, experiencia y conveniencia expone diferentes motivos a la hora de enfrentarse a una situación problemática. Algunos, como se ve en el gráfico eligen problemas numéricos porque son con los que más se han familiarizado durante su vida escolar. No se evidencia un tipo de problema específico que los estudiantes tiendan a abordar, se limitan más hacia otras características tal como se ve en el gráfico.

4. CONCLUSIONES

En síntesis, se puede decir que

- Los estudiantes cuando resuelven un problema ponen a consideración diversos factores como su experiencia, la sencillez con que se exprese el enunciado así como su extensión.
- Aunque muchos estudiantes no conozcan heurísticas específicas para resolución de problemas, usan técnicas que les permite llegar a un resultado. En algunas ocasiones, se quedan solo con la solución sin ir más allá (revisión y extensión del problema).

II Encuentro Internacional de Matemáticas, Estadística y Educación Matemática 2013

- Es necesario tener en cuenta aspectos como complejidad, extensión, tipo de problema y características individuales y grupales de los estudiantes a la hora de plantear un problema en clase, para lograr el propósito que tiene este tipo de actividades en los procesos de enseñanza y de aprendizaje del tema estudiado.
- Es importante proponer a los estudiantes diferentes tipos de problemas con el fin de proporcionar el desarrollo de habilidades, experiencia y mejoramiento de procesos de comprobación, de conjeturas y de validación de resultados, lo cual le brinda elementos fundamentales para su futuro desempeño como docente.

5. REFERENCIAS.

- (1) BRANSFORD, J. y STEIN (1987). *Solución IDEAL de Problemas*. Barcelona: Labor .
- (2) GONZÁLEZ, J. L. (2009). *Resolución de Problemas de Matemáticas*. Didáctica de la Matemática. UMA
- (3) LESH, R. & ZAWOJEWSKI, J. S. (2007). *Problem solving and modeling*. In F. K. Lester , Jr. (Ed.). *The Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 763-804). National Council of Teachers of Mathematics. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- (4) MASON, J. BURTON, K. y STACEY, K. (1989). *Pensar Matemáticamente*. Madrid: Labor.
- (5) MAQUILÓN, J. (2011). *La formación del profesorado en el siglo XXI*. Universidad de Murcia: Editium.
- (6) NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*.
- (7) POLYA, G. (1965) *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- (8) PROYECTO ACADÉMICO EDUCATIVO PAE (2008). *Licenciatura en Matemáticas*, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- (9) PUIG, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada (España): Editorial Comares. Colección Mathema, N° 6.
- (10) SANTOS, L. (2007). *La resolución de problemas matemáticos*. México: Trillas.
- (11) SCHOENFELD, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press.
- (12) SCHOENFELD, A.(1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics*. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). NY: Macmillan.
- (13) VILA, (2001). *Resolución de problemas de matemàtiques: identificaciò origen i formaciò delssisteme de creences en l'alumnat. Algunsefectes sobre l'abordatgedelsproblemas*. Directores: M. Luz Callejo de la Vega y Jordi DeulofeuPiquet. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma de Barcelona.

Tunja 14, 15 y 16 de Agosto de 2013